

СЕКЦІЯ 3 МАТЕМАТИЧНІ МЕТОДИ, МОДЕЛІ ТА ІНФОРМАЦІЙНІ ТЕХНОЛОГІЇ В ЕКОНОМІЦІ

DOI: <https://doi.org/10.32999/ksu2307-8030/2024-53-8>

УДК (519.8+330.4):656

Романич І.Б.

*кандидат економічних наук,
доцент кафедри цифрової економіки та бізнес-аналітики
Львівського національного університету імені Івана Франка
ORCID: <https://orcid.org/0009-0007-1980-3582>
E-mail: ihor.romanych@lnu.edu.ua*

Тимчишин С.О.

*студентка
Львівського національного університету імені Івана Франка
ORCID: <https://orcid.org/0009-0008-6882-3448>
E-mail: sofiia.tymchyshyn.ufo@lnu.edu.ua*

Логойда-Копик М.Р.

*студентка
Львівського національного університету імені Івана Франка
ORCID: <https://orcid.org/0009-0006-1816-8110>
E-mail: mikaella.lohoida-kopyk@lnu.edu.ua*

МАТЕМАТИЧНІ МЕТОДИ В ЛОГІСТИЦІ: АНАЛІЗ, КЛАСИФІКАЦІЯ, ПРИКЛАДОВІ МОДЕЛІ

Сучасна логістика стикається з безліччю викликів, включаючи ефективність розподілу фінансових ресурсів, скорочення витрат та підвищення продуктивності персоналу, що вимагає використання математичних інструментів для прийняття обґрунтованих рішень. Методологія дослідження базується на використанні методів економіко-математичного моделювання для формалізації бізнес-процесів у логістиці, методів аналізу та синтезу в частині вивчення використання математичних моделей в логістиці та їх прикладного застосування, та методів узагальнення та систематизації для структуризації моделей і побудови їх класифікаційної таблиці. Наукова новизна і результати полягають в оригінальній класифікації економіко-математичних методів та моделей в логістиці, що дозволяє швидко ідентифікувати відповідні інструменти для вирішення конкретних практичних завдань, які виникають в логістичному бізнесі, та забезпечує краще розуміння взаємозв'язків між різними методами, моделями та їх застосуванням на практиці.

Ключові слова: економіко-математичні методи та моделі, логістика, оптимізація, прогнозування, управління, транспорт, ланцюги постачання.

Romanych Ihor, Tymchyshyn Sofiia, Lohoyda-Kopyk Mikaella. MATHEMATICAL METHODS IN LOGISTICS: ANALYSIS, CLASSIFICATION, APPLIED MODELS

The relevance of structuring economic and mathematical models in logistics lies in the need for systematic information about mathematical methods and models with examples of their application in logistics to facilitate the selection of optimal approaches to managing logistics business processes in practice. Modern logistics faces many challenges, including the efficient allocation of financial resources, cost reduction, and increased staff productivity, which requires mathematical tools to make informed decisions. Due to rapidly changing market conditions and increasing demands of logistics business customers, as well as economic instability, entrepreneurs and companies are forced to adapt their logistics strategies using integrated approaches to big data analysis. The purpose of the study is a theoretical analysis of economic and mathematical models used in logistics, their typology and classification, examples of application, and an assessment of the possibilities of using them to improve and optimise logistics business processes. The methodology of the study is based on the use of economic and mathematical modelling methods to formalise business processes in logistics, methods of analysis and synthesis to study the use of mathematical models in logistics and their application, and methods of generalisation and systematisation to structure these models and build their classification table. The scientific novelty and results consist in the original classification of economic and mathematical methods and models in logistics, which allows to quickly identify appropriate tools for solving specific practical problems that arise in the logistics business and provides a better understanding of the relationship between different methods, models and their application in

practice. The considered models cover a wide range of directions and tasks in logistics, from the optimisation of operations of transport hubs to designing the supply chains. The usage of mathematical models allows to make reasoned decisions focused on increasing the efficiency of the logistics operations, reducing the costs and improving the level of customer service.

Key words: economic and mathematical methods and models, logistics, optimisation, forecasting, management, transport, supply chains.

Постановка проблеми. У сучасному світі логістика відіграє ключову роль у забезпеченні ефективності бізнес-процесів та конкурентоспроможності підприємств, охоплює комплексну систему дій, пов'язаних з плануванням, управлінням та контролем переміщення товарів, послуг і інформації від виробника до кінцевого споживача. Завдяки високому темпу розвитку технологій логістика постійно вдосконалюється, а нові тенденції, такі як автоматизація процесів, впровадження штучного інтелекту та інтернету речей, стають стандартом у галузі. З розвитком глобальної торгівлі та електронної комерції складність логістичних систем постійно зростає, що вимагає використання все більш досконалих інструментів для їх аналізу та оптимізації. Сучасні підприємства зіштовхуються з необхідністю швидко реагувати на зміни попиту, ефективно управляти запасами, планувати оптимальні маршрути перевезень та мінімізувати витрати. В умовах жорсткої конкуренції навіть незначні поліпшення в логістичних процесах можуть мати суттєвий вплив на загальну ефективність діяльності. Економіко-математичне моделювання стало незамінним інструментом у вирішенні широкого спектру задач – від оптимізації маршрутів до управління складськими запасами. Це дозволяє не лише спростувати складні логістичні процеси, а й знаходити оптимальні рішення на основі аналізу великої кількості даних. Завдяки математичним моделям можна прогнозувати майбутні потреби в ресурсах, оцінювати ризики, підвищувати ефективність ланцюгів постачання. У сучасних умовах економіко-математичне моделювання є важливим методом прийняття обґрунтованих управлінських рішень, що сприяє забезпеченню стабільного розвитку бізнесу.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. Проблемам використання економіко-математичного моделювання в логістиці присвятили наукові праці такі вчені як Л. Козачок, Д. Козаченко, С. Продащук, М. Ковальчук, Р. Миколенко, С. Нужна, Е. Скакаліна, О. Сергеев та інші.

Зокрема, робота Козачок Л.М. та Козачок А.Є. [7] описує використання методів

нечіткої логіки для оптимізації роботи міського пасажирського транспорту, що дозволило підвищити ефективність розкладу руху транспорту через врахування часу очікування та рівня задоволеності пасажирів. Козаченко Д.М. та Германюк Ю.М. у статті «Математична модель для дослідження перевезення вантажів у міжнародному сполученні» [6] пропонують модель управління перевезеннями вантажів, яка враховує стохастичний характер такого процесу і дозволяє визначати оптимальні маршрути та тарифи.

Бабич М.І. та Білошицький В.В. присвятили свою працю [1] оптимізації матеріальних потоків – науковці розробили модель прогнозування попиту з використанням методології Бокса-Дженкінса, що дозволило знизити витрати на зберігання запасів та мінімізувати ризики їх нестачі.

Дослідження Коряшкіної Л.С. та Лубенця Д.Є. «Системний аналіз та математичне моделювання частково-двоетапних процесів розподілу матеріальних потоків» [8] стосується багаторівневих логістичних систем: математичне забезпечення сформульованих задач розміщення-розподілу розроблено з використанням положень теорії оптимального розбиття множин, теорії двоїстості, методів лінійного програмування транспортного типу, сучасних алгоритмів недиференційованої оптимізації, а представлені моделі і алгоритми дозволяють вирішувати низку проблем стратегічного планування, що виникають у виробничій, соціальній та економічній сферах. В роботах колективів авторів [18], а також [2], розроблено математичні моделі двоетапних задач оптимального розташування структурних підрозділів гуманітарної логістики, що дозволяє мінімізувати час евакуації населення та забезпечити логістичне покриття постраждалих територій.

У праці Козарь К.П. [5] здійснено спробу класифікації основних моделей, які використовуються та застосовуються в галузі логістики.

Царина економіко-математичного моделювання в логістиці залишається недостатньо дослідженою і практично впровадженою, зокрема, бракує інтегрованих моделей,

що враховують сучасні виклики логістичної діяльності. Продовження досліджень у цьому напрямку є важливим для удосконалення логістичних процесів та розробки нових рішень для реальних бізнес-задач.

Через швидку зміну ринкових умов і підвищення вимог клієнтів логістичного бізнесу, економічну нестабільність, підприємці та компанії змушені адаптувати свої логістичні стратегії, використовуючи комплексні підходи до аналізу даних великого об'єму. Систематизована класифікація економіко-математичних методів і моделей в логістиці, чому вузько присвячена дана стаття, дозволить швидко ідентифікувати відповідні інструменти для вирішення конкретних завдань, сприятиме обґрунтованому вибору методів оптимізації, що є важливим для досягнення довгострокових цілей підприємств, а також полегшить подальші теоретичні розвідки у цьому напрямку.

Метою статті є теоретичний аналіз економіко-математичних моделей, що застосовуються в логістиці, їх типологізація та класифікація, а також оцінка можливостей використання для удосконалення та оптимізації логістичних бізнес-процесів.

Для досягнення мети дослідження сформульовано наступні цілі: дослідити теоретичні основи та методологію економіко-математичного моделювання в логістиці, розкрити сутність та галузеві напрямки моделювання логістичних процесів; проаналізувати практичне застосування економіко-математичних моделей у логістичній діяльності, узагальнивши конкретні приклади з позицій різних галузей моделювання; запропонувати практичне застосування математичних моделей з булевими змінними в логістиці та описати їх цільові функції.

Виклад матеріалу дослідження та його основні результати.

1. Теоретичні засади математичних методів в логістиці

Економіко-математичне моделювання в логістиці представляє собою комплексний підхід до вирішення складних управлінських логістичних задач через формалізацію економіко-логістичних бізнес-процесів та їх представлення у вигляді математичних моделей. Ефективність такого підходу забезпечується можливістю формального опису взаємозв'язків між різними елементами складної логістичної системи та проведення кількісного аналізу альтернативних рішень, з поміж яких необхідно вибрати оптимальне.

Виокремимо основні галузі науки моделювання, у яких розробляються методи та будуються математичні моделі в логістиці.

У царині *математичної економіки* застосування математичних методів відкриває можливості для глибокого аналізу логістичних систем. Це дозволяє створювати моделі, які відображають складну взаємодію різних учасників у ланцюгах постачання, оптимізують способи розподілу ресурсів та забезпечують оцінку ринкової рівноваги. Сюди належать моделі загальної рівноваги, теорія множин, теорія вибору споживача та інші підходи, які обслуговують потужними інструментами для аналізу ринкових логістичних процесів та ефективного розподілу обмежених ресурсів [19].

У галузі *дослідження операцій* оптимізація логістичних процесів досягається за допомогою використання інструментів:

а) оптимізаційні моделі – основна група моделей, які використовуються для пошуку найкращого рішення в умовах обмежених ресурсів. Найбільш поширеними є моделі лінійного програмування, які застосовуються для мінімізації логістичних витрат. Наприклад, транспортна задача та особливо її варіантні модифікації, вирішують проблеми оптимального переміщення товарів між терміналами і клієнтами з мінімальними витратами на транспортування, розміщення нових підрозділів, з вибором найкращих варіантів їх розташування;

б) балансові моделі використовуються для досягнення рівноваги між різними показниками логістичної системи, наприклад, між виробництвом, пропозицією, перевезеннями, попитом. Вони дозволяють оптимально розподіляти ресурси та координувати логістичні потоки, забезпечуючи баланс між різними ланками ланцюга постачання;

в) моделі теорії черг досліджують проблеми очікування та обслуговування, наприклад, у точках завантаження і розвантаження товарів або на митних пунктах. Використання теорії черг дозволяє мінімізувати час очікування та оптимізувати кількість ресурсів, які можуть бути витрачені через вимушені або необґрунтовані простой;

г) моделі мережевого аналізу й теорії графів використовуються для управління логістичними мережами, що дозволяє будувати та оптимізувати маршрути перевезень, забезпечуючи мінімізацію витрат і максимізацію ефективності транспортних мереж;

д) імітаційне моделювання – методологія моделювання логістичних процесів у віртуальному середовищі, яка дозволяє відтворювати різні сценарії роботи логістичної системи, тестувати нові логістичні та економічні стратегії без ризику для реальних операцій, робити прогнози щодо ефективності управлінських рішень в логістичному менеджменті;

е) стохастичне моделювання використовується для управління невизначеністю у логістичних процесах, включаючи прогнозування попиту на логістичні послуги, в умовах невизначеності та ризику на логістичному ринку;

є) теорія ігор досліджує поведінку учасників логістичного ринку в умовах конкуренції або кооперації, її застосовують для оптимізації стосунків між постачальниками, перевізниками, отримувачами, клієнтами та іншими учасниками логістичного процесу, що допомагає розробити стратегії взаємодії, які мінімізують конфлікти і збільшують загальну ефективність [9].

З точки зору *економетрії та прогнозування* математичні моделі застосовуються для прогнозування економічних показників на основі статистичних даних. У логістиці такі моделі можуть використовуватися для прогнозування попиту, що допомагає логістичним компаніям оптимізувати складські потужності та планування постачання. Економетрія дозволяє аналізувати взаємозв'язки між різними факторами, як наприклад, витрати на логістику і доходи [17]. Економетричні методи можуть бути використані для прогнозування показників ефективності логістичних операцій, термінів доставки, рівня сервісу, продуктивності. Ці прогнози допомагають логістичним компаніям приймати обґрунтовані управлінські рішення щодо оптимізації логістичних бізнес-процесів [1].

Економічна кібернетика і теорія систем використовують кібернетичні моделі для опису і управління керованими складними економічними системами [3], такими як логістичні системи підприємств. Теорія систем дозволяє моделювати взаємодію між різними їх елементами, допомагаючи краще керувати бізнес-процесами та оптимізувати потоки інформації, товарів та послуг.

2. Особливості застосування прикладових економіко-математичних моделей в логістиці

Теоретичні основи економіко-математичного моделювання в логістиці знаходять

своє практичне втілення в різноманітних наукових проектах та дослідженнях. Конкретні приклади успішного застосування різних типів моделей у логістичній практиці демонструють ефективність та практичну цінність оптимізації логістичних процесів.

Модель взаємодії автомобільного і залізничного транспорту при переробці контейнерів [12, с. 62] спрямована на оптимізацію роботи транспортних вузлів шляхом регулювання підходів автомобілів до контейнерного майданчика та мінімізації простоїв. Для розрахунків у моделі використовується розподіл Ерланга та моделювання інтервалів підходу автомобілів. Основними параметрами є максимальна переробна спроможність вантажного фронту:

$$\Pi_M = \frac{\gamma(24 - T_{\text{пер}}) + t_n}{\frac{t_b \times m_n}{m_\phi} \times t_n} \times m_n \quad (1)$$

де γ – коефіцієнт знаходження механізмів у ремонті; t_n – середнє перебування в ремонті навантажувальних механізмів; $T_{\text{пер}}$ – тривалість регламентованих перерв у роботі фронту; Π_M – максимальна переробна спроможність; t_b – тривалість вантажних операцій; m_ϕ – розмір вантажного фронту.

Інтервали надходження автомобілів визначаються за формулою:

$$\tau = \frac{60}{k \times \lambda_\alpha} \times \ln \prod_{i=1}^k \xi \quad (2)$$

де k – параметр Ерланга у розподілі інтервалів між прибуттям автомобілів до контейнерного майданчика; λ_α – середньогодинна інтенсивність надходження автомобілів; ξ – випадкове число, рівномірно розподілене в інтервалі [0,1].

Інтенсивність надходження автотранспорту в різні періоди доби:

$$\lambda_\alpha = \frac{N_e \times \gamma_E}{T_p} \quad (3)$$

де N_e – загальне число поїздок, виконаних автомобілями за добу; γ_E – частка поїздок автомобілів у період доби; T_p – розглянутий період доби.

За результатами моделювання встановлено, що при регульованому підході автомобілів до контейнерного майданчика, на відміну від нерегульованого, час простою

зменшується в 2,47 рази, що призводить до зменшення експлуатаційних витрат за рахунок скорочення орендної плати за найм автомобілів.

Математична модель оптимізації роботи міського пасажирського транспорту з використанням методів нечіткої логіки [7, с. 103; 105] використовує нечіткі множини для обробки вхідних даних. Основними параметрами моделі є: час обслуговування пасажирів, загальний час подорожі пасажирів, час очікування транспорту, кількість зупинок на маршруті та пасажиромісткість транспортних засобів. Запропоновано формули для розрахунку загального часу обслуговування пасажирів транспортними засобами на маршруті T_z , загальний час подорожі пасажирів залежно від стану транспортної системи T_ω , загальний час очікування пасажирів транспортного засобу на маршруті T_w :

$$\begin{aligned} T_z &= \sum_{\omega=Z_1}^{Z_N} \sum_{j=1}^{J-1} \omega_j^q; \\ T_\omega &= \sum_{\omega=Z_2}^{Z_N} \sum_{j=1}^{J-1} (K_j^{\omega,t} \cdot \omega_j^q); \\ T_w &= \sum_{\omega=Z_2}^{Z_N} \sum_{j=1}^{J-1} \frac{V_j^q \cdot t_\omega^2}{2}; \end{aligned} \quad (4)$$

Згідно розробленого авторами алгоритму отримано розклад роботи транспортних засобів на маршруті, близький до оптимального, з урахуванням кількості рейсів N , часу обслуговування маршруту транспортними засобами T_z , часу подорожі пасажирів на маршруті T_ω , часу очікування пасажирів T_w , середньої кількості пасажирів P , середнього рівня задоволення потреб пасажирів μ_g та середнього значення ступеня використання транспортних засобів на маршруті під час щоденної роботи μ_c . Витрати на роботу рухомого складу на маршруті згідно з побудованим розкладом складають:

$$C = c_z \cdot T_z + c_w \cdot T_w \quad (5)$$

Математична модель оптимізації логістичних процесів з використанням алгоритму Дейкстри [4, с. 167] спрямована на мінімізацію загальних витрат на транспортування, враховуючи такі фактори як вартість доставки, час виконання та вимоги до виконання контрактів. Модель дозволяє ідентифікувати найбільш економічно вигідні маршрути для кожної точки продажу, що значно підвищує ефективність логістичних процесів підприємства. Алгоритм Дейкстри визначає найкоротший

шлях у графі, де вузли – це точки відвантаження чи доставки, а ребра – маршрути із вагами, що відображають витрати на транспортування. За мінімізацію транспортних затрат для точки C_1 , наприклад, відповідає формула:

$$TC_{C_1} = \min(C_{S_1,C_1}, C_{S_2,C_1}, C_{S_3,C_1}) \quad (6)$$

де C_{S_i,C_j} – витрати на доставку товару від складу S_i до точки продажу C_j .

Дана модель є класичним прикладом застосування теорії графів у логістиці, яка демонструє, яким чином математичні методи можуть бути інтегровані з сучасними комп'ютерними технологіями для оптимізації складних логістичних систем.

Цільова функція багатоетапної стохастичної моделі багаторівневої багатоперіодної задачі зворотної логістики [16] мінімізує загальні очікувані витрати системи, включаючи установчі витрати Z_1 , витрати на транспортування Z_2 , витрати на зберігання Z_3 , витрати на невиконані замовлення Z_4 , витрати на дефіцит Z_5 і витрати на аутсорсинг Z_6 протягом певного горизонту планування:

$$\text{Min } F = Z_1 + Z_2 + Z_3 + Z_4 + Z_5 + Z_6 \quad (7)$$

Кожен вид перелічених витрат моделюється і розраховується окремо [16, с. 5].

Математична модель логістичних потоків торговельної мережі [10, с. 30] спрямована на оптимізацію великої торговельної мережі шляхом мінімізації витрат на транспортування товарів між складами постачальників і магазинами покупців. Розв'язання задачі враховує розгалужену географію мережі, тарифні особливості перевізника та необхідність повного задоволення замовлень. Цільова функція мінімізації витрат рівна:

$$F_{(y)} = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m (g_{ij} \cdot y_{ij}) \rightarrow \min \quad (8)$$

де g_{ij} – тариф на доставку товарних позицій t_k із C_i складу постачальника в M_j магазин покупця; y_{ij} – сумарна вагова характеристика наявних товарних позицій t_k із C_i в M_j , причому g_{ij} та y_{ij} моделюються окремо. Застосування моделі забезпечує ефективне управління логістичними потоками та підвищує задоволення потреб клієнтів, що сприяє конкурентоспроможності компанії.

Оптимізаційна економіко-математична модель логістичної діяльності аграрних

підприємств [11, с. 264] – це виробничо-транспортна модель, яка дозволяє аграрним підприємствам удосконалювати логістичну діяльність, оптимізувати витрати на транспортування та ефективно управляти ресурсами:

$$z = \sum_{i=1}^m s_i \cdot y_i + \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n c_{ij} \cdot x_{ij} \rightarrow \min \quad (9)$$

де позначення змінних і параметрів є класичними для виробничо-транспортних задач. Мета оптимізації полягає в задоволенні споживчого попиту з найменшими можливими загальними витратами.

Генетичні алгоритми оптимізації логістичних процесів [15, с. 113] застосовуються для оптимізації логістичних операцій у великих системах. Побудована у [15] модель дозволяє отримати розв'язок для задач великої розмірності, які важко вирішувати точними методами. В моделі використано елементи теорії нечітких множин для налаштування початкової популяції, що є модифікацією класичного генетичного алгоритму. Метою моделі є оптимізація витрат логістичних операцій агрофірми шляхом генетичного пошуку оптимальних рішень з обмеженнями на розподіл урожаю та урожаю на полях:

$$\sum x_i = \text{Загальна кількість ресурсу, } x_i \geq 0 \quad (10)$$

Математична модель багатоетапної задачі розміщення [14, с. 62] дозволяє оптимізувати просторове розташування підприємств у логістичних системах із врахуванням факторів географічного положення, інфраструктури, доступності робочої сили та попиту. Цільова функція цієї моделі полягає у мінімізації загальних витрат ланцюгів постачання:

$$\begin{aligned} & \sum_{i \in I} \sum_{j \in J} f_j X_{ij} + \\ & + \sum_{i \in I} \sum_{j \in J \setminus \{1\}} \sum_{i' \in I} C_{ij} X_{ij} X_{i',j+1} + \\ & + \sum_{i \in I} \sum_{j \in J} \sum_{k \in K} h_{ij} Z_{ij} \end{aligned} \quad (11)$$

де I – множина потенційних підприємств; J – множина етапів чи рівнів в логістичному процесі; K – множина споживачів; f_i – фіксована вартість розміщення підприємства $i \in I$; C_{ij} – вартість транспортування одиниці продукту з підприємства $i \in I$ на етапі $(j-1) \in J$ до підприємства $i \in I$ на етапі $j \in J$; h_{ij} – витрати зберігання одиниці про-

дукції за період на підприємстві $i \in I$ на етапі $j \in J$; X_{ij} – булева змінна, яка дорівнює 1, якщо підприємство $i \in I$ розташоване на етапі $j \in J$; Z_{ij} – потужність підприємства $i \in I$ на етапі $j \in J$.

Математична модель оптимізації напрямків слідування вагонопотоків у міжнародному сполученні [6, с. 30] представляє систему залізничних перевезень як багатофазну, багатоканальну, стохастичну та динамічну систему масового обслуговування. Модель побудована у вигляді зваженого орієнтованого графа $G(V,E)$, вершини якого відповідають вантажовідправникам, портам, прикордонним станціям, а дуги – напрямкам руху вантажів. Кожній вершині та дузі присвоєні відповідні характеристики: обсяг запасів, пропускна спроможність, тривалість перевезення та вартість послуг різних учасників процесу. Особливістю моделі є врахування інтересів усіх учасників перевізного процесу через систему цільових функцій. Для вантажовідправника – це максимізація прибутку через вибір оптимального маршруту:

$$P_i = \max_j (Z_j - E_{\text{поч},i} - E_{\text{тр},ij}), \quad (12)$$

$$i = 1 \dots n, j = 1 \dots m$$

для транзитної залізниці – максимізація прибутку через управління тарифами та часом перевезення:

$$E_i = \sum_{k \in q_x} (r_{kj} - z_{kj}(t_{kj}, \sigma_{kj})) Q_{kj} \rightarrow \max, \quad (13)$$

$$x = 1 \dots z$$

а для портів та експедиторів – максимізація прибутку від наданих послуг:

$$P_j = \sum_{i=1}^n p_{ij} Q_{ij} \rightarrow \max; \quad (14)$$

$$E_j = \sum_{i=1}^n e_{ij} Q_{ij} \rightarrow \max,$$

Модель враховує стохастичний характер процесу перевезень, оборот вагонів розглядається як випадкова величина з логарифмічно-нормальним розподілом.

Модель прогнозування попиту для ефективної роботи розподільчої логістики на підприємстві на основі методології Бокса-Дженкінса [1, с. 41] застосовано одночасно з комбінованим підходом до моделювання управління запасами, а саме: обрано моделі з детермінованим динамічним попитом та модель з випадковим нестационарним попитом. Зокрема, при випадковому нестационарному дискретному попиті функція витрат за один період має вигляд:

$$L(S) = h \sum_{x=0}^{S-1} (S-x)p(x) + d \sum_{x=S+1}^{\infty} (x-S)p(x) + c(S-z) \quad (15)$$

де z – залишок з попереднього періоду; x – попит в даний період; $p(x)$ – ймовірність того, що попит дорівнюватиме x ; S – запас, який необхідно створити в k -ий період; $h(S-x)$ – витрати на зберігання надлишкового запасу; $d(x-S)$ – втрати від нестачі товару; $c(S-z)$ – витрати на доведення запасу до величини S . У випадку детермінованого динамічного попиту модель оптимізує сумарні витрати, які включають витрати на зберігання надлишкового запасу та витрати на доведення запасу до

необхідної величини. Для імовірнісного нестаціонарного попиту додатково враховуються втрати від нестачі товару. За результатами розрахунків зроблено висновок, що модель з імовірнісним нестаціонарним попитом дає кращі результати ніж із детермінованим динамічним.

На основі проведеного аналізу теоретичних засад та практичних прикладів розроблено комплексну класифікацію та структурування застосування економіко-математичних моделей в логістиці (див. табл. 1). Класифікація побудована з урахуванням специфіки застосування моделей, їх математичного апарату та практичної значимості для вирішення конкретних логістичних задач.

Таблица 1

Класифікація та структурування математичних моделей в логістиці

Галузь моделювання	Назва моделі й бібліографічне джерело	Особливості та результати застосування	Сфера застосування
1	2	3	4
Математична економіка	Модель взаємодії автомобільного і залізничного транспорту при переробці контейнерів [12]	Оптимізує роботу транспортних вузлів, мінімізуючи простой транспорту та витрати на експлуатацію завдяки регулюванню підходу автомобілів до контейнерних майданчиків	Транспортна логістика
Математична економіка, дослідження операцій	Математична модель функціонування транспортних систем з використанням методів нечіткої логіки [7]	Оптимізує розклад руху, покращує задоволеність пасажирів і забезпечує зниження експлуатаційних витрат транспорту	Логістика міського пасажирського транспорту
Теорія графів	Математична модель оптимізації логістичних процесів [4]	Знаходить найкоротші маршрути між точками логістичної мережі, знижуючи витрати підприємства та підвищуючи його загальну ефективність	Транспортна логістика
Математична економіка, дослідження операцій	Багатоетапна стохастична модель багаторівневої багатоперіодної задачі зворотної логістики [16]	Мінімізує загальні очікувані витрати логістичної системи	Ланцюги постачання, розподільча логістика
Дослідження операцій, теорія систем	Математична модель логістичних потоків торговельної мережі [10]	Оптимізує логістичні потоки між складами і магазинами, забезпечуючи мінімізацію витрат	Ланцюги постачання, розподільча логістика
Дослідження операцій	Оптимізаційна економіко-математична модель логістичної діяльності аграрних підприємств [11]	Мінімізує сумарні витрати на перевезення продукції аграрних підприємств	Транспортна логістика
Економічна кібернетика, генетичні алгоритми	Модель інтелектуального управління логістичними процесами з використанням генетичних алгоритмів [15]	Ефективно оптимізує задачі складних логістичних систем завдяки швидкому ітеративному пошуку рішень	Транспортна логістика
Дослідження операцій	Математична модель багатоетапної задачі розміщення [14]	Оптимізує витрати за рахунок оптимального вибору варіантів розміщення підприємств з урахуванням транспортних шляхів і факторів невизначеності	Транспортна і виробнича логістика

Закінчення таблиці 1

1	2	3	4
Математична економіка, дослідження операцій	Математична модель перевезень вантажів у міжнародному сполученні [6]	Оцінює конкурентоспроможність маршрутів міжнародних перевезень, прогнозує розподіл вантажопотоків, враховуючи стохастичний характер руху вантажів	Логістика залізничного транспорту
Прогнозування, дослідження операцій	Модель прогнозування попиту в розподільчій логістиці підприємства [1]	Прогнозує попит у логістичних мережах, враховує детермінований та ймовірнісний характер попиту, мінімізуючи витрати на зберігання товарів	Розподільча логістика

3. Оптимізаційні моделі з булевими змінними в логістиці

У роботі [4, с. 165] запропоновано виділити клас оптимізаційних задач, для яких змінні величини моделей є булевими або бінарними, тобто такими, що набувають значення 1 або 0. Зазначимо, що задачі такого класу знайшли широке застосування в контексті моделювання логістичних процесів, наприклад, задача [13], де змінна x_i^k означає, що i -та група поштових відправлень передається або не передається на доставку k -му перевізнику.

Бінарна змінна набуває значення 1, якщо можемо стверджувати про наявність, чи то необхідність застосування певної кількісної характеристики логістичного процесу, або якщо певна якісна логістична ознака спостерігається та використовується у деякий період часу. В моделюванні логістичних процесів це означає, що найкращий розв'язок задачі призводить до вибору одного із кількох сценаріїв, чи то обрання найкращої логістичної стратегії.

Керуючись описаною вище логікою, коли змінні величини, які входять в модель є булевими, запропонуємо загальні цільові функції задач в логістиці, котрі можна змоделювати за такими критеріями оптимізації:

1) максимізація задоволеності j -ого кінцевого споживача від надання логістичної послуги за i -им сценарієм, якщо B_{ij} – експертно розраховані рівні такої задоволеності:

$$\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n B_{ij} \cdot x_{ij} \rightarrow \max \quad (17)$$

2) мінімізація логістичних витрат та їх складових на обслуговування j -ого клієнта за i -им сценарієм, якщо C_{ij} – базові витрати, β_{ij} – підвиди витрат:

$$\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n (C_{ij} + \beta_{ij}) \cdot x_{ij} \rightarrow \min \quad (18)$$

3) оптимізація тарифної стратегії логістичного обслуговування підприємства, якщо відомі тарифи підрядників на надання логістичних послуг t_{ij} , та наприклад, власні чи супутні витрати підприємства на організацію логістичного процесу α_{ij} :

$$\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n (t_{ij} + \alpha_{ij}) \cdot x_{ij} \rightarrow \min \quad (19)$$

Висновки. Економіко-математичне моделювання є ефективним інструментом аналізу та оптимізації логістичних процесів. Розглянуті моделі охоплюють широкий спектр галузей та завдань у логістиці, від оптимізації роботи транспортних вузлів до конструювання ланцюгів постачання. Застосування математичних моделей дозволяє приймати обґрунтовані управлінські рішення, спрямовані на підвищення ефективності логістичних операцій, зниження витрат та покращення рівня обслуговування клієнтів. Наведені практичні приклади демонструють реальний ефект від використання різних типів економіко-математичних моделей, а запропонована їх класифікація демонструє основні підходи, особливості та сфери застосування. Подальший розвиток економіко-математичного моделювання в логістиці, зокрема, використання новітніх інтелектуальних технологій, великих даних та методів штучного інтелекту, сприятиме значному підвищенню ефективності управління складними логістичними системами.

БІБЛІОГРАФІЧНИЙ СПИСОК:

1. Бабич М.І., Білошицький В.В. Розробка та дослідження моделі прогнозування попиту для ефективноної роботи розподільної логістики на підприємстві. *Інформаційні технології і автоматизація – 2019: Збірник доповідей XII Міжнародної науково-практичної конференції* (м. Одеса, 17–18 жовтня). Одеса: ОНАХТ, 2019. С. 40–42. URL: <https://card-file.ontu.edu.ua/server/api/core/bitstreams/bacd6327-5079-46f8-a3a1-e8e8a71b1137/>

2. Дзюба С., Коряшкіна Л., Станіна О., Лубенець Д. Математичні моделі оптимізаційних задач частково-двоетапної евакуації населення із зонуванням регіону. *Information Technology: Computer Science, Software Engineering and Cyber Security*. 2023. № 3. С. 13–21. DOI: <https://doi.org/10.32782/IT/2023-3-2>
3. Бакаєв О.О. Економічна кібернетика. Енциклопедія Сучасної України / Редкол.: І.М. Дзюба, А.І. Жуковський, М.Г. Железняк та ін.; НАН України, НТШ. Київ : Інститут енциклопедичних досліджень НАН України, 2009. URL: <https://esu.com.ua/article-18775>
4. Ковальчук М., Бондаренко С. Моделювання функціонування логістичних процесів за допомогою математичних та комп'ютерних підходів. *Вісник Хмельницького національного університету*. 2024. № 4 (339). С. 165–168. DOI: <https://doi.org/10.31891/2307-5732-2024-339-4-27>
5. Козарь К.П. Типологія економіко-математичних моделей у логістиці. URL: <http://repository.hneu.edu.ua/>
6. Козаченко Д.М., Германюк Ю.М. Математична модель для дослідження перевезення вантажів у міжнародному сполученні. *Транспортні системи та технології перевезень*. 2013. № 5. С. 28–32. DOI: <https://doi.org/10.15802/tst2013/19273>
7. Козачок Л.М., Козачок А.Є. Побудова математичної моделі процесів роботи транспортних систем з використанням методів нечіткої логіки. *Socio-economic research bulletin*. 2021. № 3–4 (78–79). С. 98–106. DOI: [https://doi.org/10.33987/vsed.3-4\(78-79\).2021.98-106](https://doi.org/10.33987/vsed.3-4(78-79).2021.98-106)
8. Коряшкіна Л.С., Лубенець Д.Є. Системний аналіз та математичне моделювання частково-двоетапних процесів розподілу матеріальних потоків. *System technologies*. 2024. № 1 (150). С. 86–99. DOI: [10.34185/1562-9945-1-150-2024-08](https://doi.org/10.34185/1562-9945-1-150-2024-08)
9. Лавров Є.А., Перхун Л.П., Шендрік В.В. Математичні методи дослідження операцій. Суми : Сумський державний університет, 2017. 212 с.
10. Миколенко Р.О., Жебка В.В., Корецька В.О. Оптимізація математичної моделі логістичних потоків торговельної мережі. *Телекомунікаційні та інформаційні технології*. 2022. №2(75). С. 23–31. DOI: <https://doi.org/10.31673/2412-4338.2022.022330>
11. Нужна С., Карімов Г., Карімов І. Економіко-математичне моделювання в логістичній діяльності аграрних підприємств. *Економічний аналіз*. 2023. Том 33. № 1. С. 258–269. DOI: <https://doi.org/10.35774/есона2023.01.258>
12. Продашук С.М., Рахматулоєва Т.М., Кухарчик Ю.І. Математична модель взаємодії автомобільного і залізничного транспорту при переробці контейнерів. *Збірник наукових праць УкрДАЗТ*. 2013. Вип. 137. С. 61–67. DOI: <https://doi.org/10.18664/1994-7852.137.2013.102721>
13. Романич І. Економіко-математична модель задач управління розподілом поштових відправлень. *Збірник наукових праць Державного податкового університету*. 2024. Випуск 1. С. 59–64. DOI: <https://doi.org/10.32782/2617-5940.1.2024.9>
14. Сергєєв О., Ус С. Аналіз сучасних підходів до розв'язання дискретних та неперервних багатаетапних задач розміщення. *Information Technology: Computer Science, Software Engineering and Cyber Security*. 2023. № 2. С. 59–70. DOI: <https://doi.org/10.32782/IT/2023-2-7>
15. Скакаліна Е. Інтелектуальне управління логістичними процесами з використанням генетичних алгоритмів. *Системи управління, навігації та зв'язку. Збірник наукових праць*. Полтава : ПНТУ, 2021. Т. 1 (63). С. 111–114. DOI: <https://doi.org/10.26906/SUNZ.2021.1.111>
16. Azizi V., Hu G. Multi-Stage Stochastic Programming Model for the Multi-Echelon Multi-Period Reverse Logistics Problem. *Sustainability*. 2021. № 13 (24). DOI: <https://doi.org/10.3390/su132413596>
17. Econometrics. *Encyclopedia of Mathematics*. URL: <http://encyclopediaofmath.org/index.php?title=Econometrics&oldid=46790>
18. Koriashkina L.S., Dziuba S.W., Us S.A., Stanina O.D., Odnovol M.M. Two-stage problems of optimal location and distribution of the humanitarian logistics system's structural subdivisions. *Naukovyi visnyk Natsionalnoho hirnychoho universytetu*. 2024. № 1. С. 130–139. DOI: <https://doi.org/10.33271/nvngu/2024-1/130>
19. Medio A. Mathematical Models in Economics. *Mathematical Models*. 2020. Vol. III. URL: <https://www.eolss.net/Sample-Chapters/C02/E6-03B-09-02.pdf>

REFERENCES:

1. Babich M. I., Biloshytskyi V. V. (2019) Rozrobka ta doslidzhennia modeli prohozuvannia popytu dlia efektyvnoi roboty rozpodilnoi lohistyky na pidpriemstvi [Development and research of a demand forecasting model for effective distribution logistics in an enterprise]. *Informatsiini tekhnologii i avtomatyzatsiia – 2019: XII Mizhnarodnoi naukovo-praktychnoi konferentsii*, (Odesa, October 17th–18th, 2019). Odesa: ONATHT, pp. 40–42. Available at: [https://card-file.ontu.edu.ua/server/api/core/bitstreams/bacd6327-5079-46f8-a3a1-e8e8a71b1137/\(in Ukrainian\)](https://card-file.ontu.edu.ua/server/api/core/bitstreams/bacd6327-5079-46f8-a3a1-e8e8a71b1137/(in%20Ukrainian))
2. Dziuba S., Koriashkina L., Stanina O., Lubenets D. (2023) Matematychni modeli optymizatsiynykh zadach chastkovo-dvoetapnoi evakuatsii naseleння iz zonuванням rehionu [Mathematical models of optimization problems for partially two-stage population evacuation with region zoning]. *Information Technology: Computer Science, Software Engineering and Cyber Security*, no. 3, pp. 13–21. DOI: <https://doi.org/10.32782/IT/2023-3-2>
3. Bakayev O.O. (2009) Ekonomichna kibernetyka [Economic Cybernetics]. Entsyklopediia Suchasnoi Ukrainy [Electronic resource], Natsionalna akademiia nauk Ukrainy, NTSh. Kyiv: Instytut entsyklopedychnykh doslidzhen NAN Ukrainy. Available at: <https://esu.com.ua/article-18775>
4. Kovalchuk M., Bondarenko S. (2024) Modeliuvannia funktsionuvannia lohistychnykh protsesiv za dopomohoiu matematychnykh ta kompiuternykh pidkhodiv [Modeling the functioning of logistics processes using mathematical and computer approaches]. *Visnyk Khmelnytskoho natsionalnoho universytetu*, no. 4 (339), pp. 165–168. DOI: <https://doi.org/10.31891/2307-5732-2024-339-4-27>
5. Kozar K.P. Typolohiia ekonomiko-matematychnykh modelei u lohistytsi [Typology of economic-mathematical models in logistics]. Available at: <http://repository.hneu.edu.ua>
6. Kozachenko D.M., Hermaniuk Yu.M. (2013) Matematika model dlia doslidzhennia perevezennia vantazhiv u mizhnarodnomu spoluchenni [Mathematical model for studying cargo transportation in international

- communication]. *Transportni systemy ta tekhnologii perevezhen*, no. 5, pp. 28–32. DOI: <https://doi.org/10.15802/tstt2013/19273>
7. Kozachok L. M., Kozachok A. Ye. (2021) Pobudova matematychnoi modeli protsesiv roboty transportnykh system z vykorystanniam metodiv nechitkoi lohiky [Construction of a mathematical model of the transport systems' operation processes using fuzzy logic methods]. *Socio-economic research bulletin*, no. 3–4 (78–79), pp. 98–106. DOI: [https://doi.org/10.33987/vsed.3-4\(78-79\).2021.98-106](https://doi.org/10.33987/vsed.3-4(78-79).2021.98-106)
 8. Koriashkina L. S., Lubenets D. Ye. (2024) Systemnyi analiz ta matematychno modeliuвання chastkovodvoetapnykh protsesiv rozpodilu materialnykh potokiv [System analysis and mathematical modeling of partially two-stage material flow distribution processes]. *System technologies*, no. 1 (150), pp. 86–99. DOI: <https://doi.org/10.34185/1562-9945-1-150-2024-08>
 9. Lavrov Ye. A., Perkhun L. P., Shendryk V. V. (2017) *Matematychni metody doslidzhennia operatsii* [Mathematical methods of operations research]. Sumy: Sumskiy derzhavnyi universytet, 212 p. (in Ukrainian)
 10. Mykolenko R. O., Zhebka V. V., Koretska V. O. (2022) Optymizatsiia matematychnoi modeli lohistychnykh potokiv torhovelnoi merezhi [Optimization of the mathematical model of logistics flows in a trade network]. *Telekomunikatsiini ta informatsiini tekhnologii*, no. 2 (75), pp. 23–31. DOI: <https://doi.org/10.31673/2412-4338.2022.022330>
 11. Nuzhna S., Karimov G., Karimov I. (2023) Ekonomiko-matematychno modeliuвання v lohistychnii diialnosti ahrarnykh pidpriemstv [Economic-mathematical modeling in the logistics activities of agricultural enterprises]. *Ekonomichnyi analiz*, vol. 33, no. 1, pp. 258–269. DOI: <https://doi.org/10.35774/econa2023.01.258>
 12. Prodashchuk S. M., Rakhmatulioeva T. M., Kukhar-chyk Yu. I. (2013) Matematychna model vzaiemodii avtomobilnoho i zaliznychnoho transportu pry pererobtsi konteineriv [Mathematical model of interaction between road and rail transport in container processing]. *Zbirnyk naukovykh prats UkrDAZT*, vol. 137, pp. 61–67. DOI: <https://doi.org/10.18664/1994-7852.137.2013.102721>
 13. Romanych I. (2024) Ekonomiko-matematychna model zadachi upravlinnia rozpodilom poshtovykh vidpravlen [Economic-mathematical model of the postal distribution management problem]. *Zbirnyk naukovykh prats Derzhavnoho podatkovoho universytetu*, vol. 1, pp. 59–64. DOI: <https://doi.org/10.32782/2617-5940.1.2024.9>
 14. Serhiiev O., Us S. (2023) Analiz suchasnykh pidkhodiv do rozviazannia dyskretnykh ta neperervnykh bahatoetapnykh zadach rozmishchennia [Analysis of modern approaches to solving discrete and continuous multistage location problems]. *Information Technology: Computer Science, Software Engineering and Cyber Security*, no. 2, pp. 59–70. DOI: <https://doi.org/10.32782/IT/2023-2-7>
 15. Skakalina E. (2021) Intelektualne upravlinnia lohistychnykh protsesamy z vykorystanniam henetychnykh alhorytmiv [Intelligent management of logistics processes using genetic algorithms]. *Systemy upravlinnia, navihahtsii ta zviazku: Zbirnyk naukovykh prats*, vol. 1 (63), pp. 111–114. DOI: <https://doi.org/10.26906/SUNZ.2021.1.111>
 16. Azizi V., Hu G. (2021) Multi-Stage Stochastic Programming Model for the Multi-Echelon Multi-Period Reverse Logistics Problem. *Sustainability*, no. 13 (24). DOI: <https://doi.org/10.3390/su132413596>
 17. Econometrics. Encyclopedia of Mathematics. Available at: <http://encyclopediaofmath.org/index.php?title=Econometrics&oldid=46790>
 18. Koriashkina L.S., Dziuba S.W., Us S.A., Stanina O.D., Odnovol M.M. (2024) Two-stage problems of optimal location and distribution of the humanitarian logistics system's structural subdivisions. *Naukovyi visnyk Natsionalnoho hirnychoho universytetu*, no. 1, pp. 130–139. DOI: <https://doi.org/10.33271/nvngu/2024-1/130>
 19. Medio A. (2020) Mathematical Models in Economics. *Mathematical Models*, vol. III. Available at: <https://www.eolss.net/Sample-Chapters/C02/E6-03B-09-02.pdf>

Стаття надійшла до редакції 27.11.2024.
The article was received 27 November 2024.